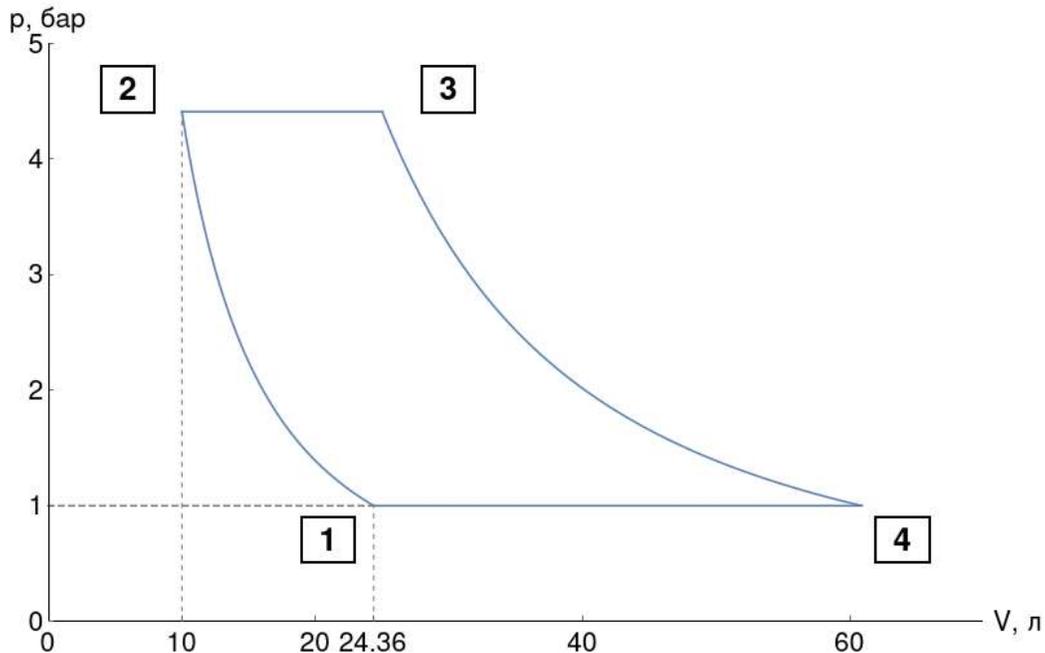


1	2	3	4	5	Σ
1	2	4	1	2	10

Задача 5. Цикл Брайтона (10 баллов)

Автор – Д.В. Хохлов

На рисунке приведен цикл Брайтона для 1 моля гелия. Переходы 1→2 и 3→4 адиабатические, 2→3 и 4→1 изобарные. Все процессы осуществляются обратимо.



1. Выберите направление обхода цикла (по часовой стрелке или против), в котором цикл функционирует как тепловая машина (производит работу).
2. Изобразите (качественно) цикл в координатах T-S.
3. КПД цикла Брайтона $\eta = 1 - (p_1/p_2)^x$. Определите x , если p_1 — давление газа в точке 1, p_2 — давление газа в точке 2.
Подсказка: используйте уравнение адиабаты в форме $f(p, T) = \text{const}$
4. Рассчитайте КПД цикла, изображенного на рисунке выше.
5. Аналогичный цикл запустили в противоположном направлении так, чтобы он функционировал в качестве холодильника. Определите коэффициент производительности такого холодильника.

Необходимые формулы:

Уравнение адиабаты $pV^\gamma = \text{const}$, $\gamma = C_p/C_v$;

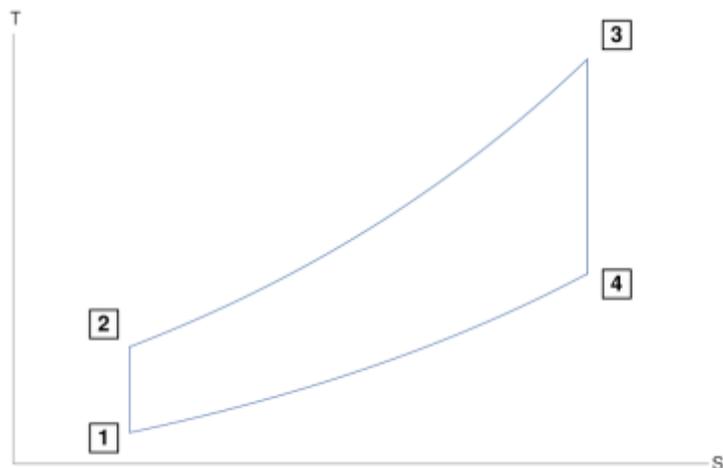
КПД тепловой машины $\eta = W/Q_h$, W — произведенная работа, Q_h — теплота, забираемая от горячего резервуара;

Коэффициент производительности холодильника Q_c/W , W — затраченная работа, Q_c — теплота, забираемая от холодного резервуара.

Решение

1. $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$, по часовой. В этом случае произведенная работа будет больше потраченной.
(1 балл за направление, независимо от наличия объяснения)

2.



(1 балл за вертикальные линии адиабат, 1 балл за экспоненциальный рост $T = f(S)$ в изобарных процессах, -0.5 балла за неправильную выпуклость кривых $2 \rightarrow 3$ и $4 \rightarrow 1$).

Перевернутый ($S-T$), но правильный в остальных отношениях цикл оценивается полным баллом.

3. $Q_h + Q_c = W \Rightarrow \eta = 1 + Q_c/Q_h$ (Q_c и Q_h имеют разный знак в такой записи)

Теплота переносится только в процессах $2 \rightarrow 3$ и $4 \rightarrow 1$, но они оба — изобарные и Q можно отождествить с H . Тогда на 1 моль газа $Q_c = C_p(T_1 - T_4)$ и $Q_h = C_p(T_3 - T_2)$ (1 балл)

Следовательно, $\eta = 1 + (T_1 - T_4)/(T_3 - T_2)$

Для определения связи между температурами воспользуемся уравнением адиабаты $pV^\gamma = \text{const} \Rightarrow p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{const}$ (константы отличаются на R^γ , но это не важно). С учетом двух адиабат:

$$p_1^{1-\gamma}T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma}T_2^\gamma$$

$$p_3^{1-\gamma}T_3^\gamma = p_4^{1-\gamma}T_4^\gamma$$

(по 0.5 балла за адиабату)

и равенств $p_1 = p_4$ и $p_2 = p_3$, получаем

$$T_1 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_2, \quad T_4 = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_3 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_3$$

$$\frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2} = -\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = -\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = -\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$x = \gamma/(\gamma-1)$$

(2 балла, ошибка в знаке или перевернутая дробь — по -0.5 балла)

$$4. p_2 = p_1(V_1/V_2)^\gamma = 1 \cdot (24.36/10)^{5/3} = 4.41 \text{ бар}$$

Подставим числа в выражение из п. 3

$$\eta = 1 - (1/4.41)^{2/5} = 0.448$$

(1 балл)

5. КП = $Q_c/W = Q_c/(Q_c+Q_h)$. Теплоты, в свою очередь, можно выразить через формулы, полученные ранее

$$\text{КП} = \frac{(T_1 - T_4)}{(T_1 - T_4) + T_3 - T_2} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_2 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_3}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_2 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_3 + (T_3 - T_2)} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} = 1.23$$

(1.5 балла за формулы, 0.5 балла за число)